

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLIN
FACULTAD DE CIENCIAS**



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLIN

DEPTO. DE BIBLIOTECAS
BIBLIOTECA "EFE" GO

**INFORME FINAL DE AÑO SABÁTICO
(1 DE AGOSTO 2007 – 31 JULIO 2008)**

**JORGE COSSIO
PROFESOR
ESCUELA DE MATEMÁTICAS**

Agosto 2008

5.353
57i



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Sede Medellín

DEPTO. DE BIBLIOTECAS
BIBLIOTECA "EFE" GÓMEZ

1. Objetivo general del trabajo

El objetivo general del trabajo fue el realizar investigación matemática en el área de problemas elípticos semilineales. Más específicamente, se estudió la existencia y las propiedades cualitativas de las soluciones para problemas asintóticamente lineales y superlineales del tipo

$$\begin{aligned}\Delta u + f(u) &= 0 \text{ en } \Omega, \\ u &= 0 \text{ en } \partial\Omega.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_p u + f(u) &= 0 \text{ en } \Omega, \\ u &= 0 \text{ en } \partial\Omega,\end{aligned}$$

donde Ω es una región acotada con frontera suave en \mathbb{R}^n , Δ es el operador de Laplace, Δ_p es el p-Laplaciano y $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función no lineal.

2. Resultados directos

Aportes al conocimiento: Los resultados obtenidos están contemplados en tres artículos que aparecen detallados en la Sección 3.B de este informe. El primero de ellos fue escrito por el profesor Jorge Cossio, en colaboración con el profesor Sigifredo Herrón, y fue publicado en Journal of Mathematical Analysis and Applications Volume 345, 2008, pp. 583-592. Allí se demostró la existencia de soluciones radialmente simétricas para el segundo problema mencionado en la sección 1. El segundo artículo fue escrito por Jorge Cossio en colaboración con los profesores Carlos Vélez y Sigifredo Herrón y ha sido sometido a consideración de la revista Nonlinear Analysis. En este trabajo se demostró la existencia de soluciones y las propiedades cualitativas de las soluciones para el primer problema mencionado en la sección 1. El tercer artículo está en preparación y fue escrito por el profesor Jorge Cossio, en colaboración con los profesores Hugo Aduén y Alfonso Castro. En él se estudia un problema de Dirichlet no lineal, en el cual la no linealidad es de tipo potencia y Ω es un anillo; se obtiene una cota superior para el índice de Morse de cualquier solución radial en términos del número de regiones nodales.

3. Resumen ejecutivo de los resultados indirectos

A. Formación de recursos humanos

Durante el año sabático el profesor Cossio estuvo trabajando en el Posgrado en Matemáticas de la Sede en la dirección de una tesis de doctorado y dos tesis de maestría, que se detallan a continuación.

ESTUDIANTE DE DOCTORADO:

- **Carlos Vélez**, "Existencia y propiedades cualitativas de las soluciones para problemas elípticos no lineales", tesis de doctorado, dirigida por los profesores Jorge Cossio y Alfonso Castro, sustentada por el estudiante en el Posgrado en Matemáticas de la Universidad Nacional Sede Medellín en julio de 2008.

ESTUDIANTES DE MAESTRÍA:

- **Diana Hurtado**, "Oscilaciones periódicas en puentes en suspensión", tesis de magister, dirigida por el profesor Jorge Cossio, sustentada por el estudiante en el Posgrado en Matemáticas de la Universidad Nacional Sede Medellín en mayo de 2008.
- **Lloreda Jimmy Herlin**, "Simetría y propiedades cualitativas de las soluciones que cambian de signo para un problema de Dirichlet semilineal", tesis de magister, dirigida por el profesor Jorge Cossio, sustentada por el estudiante en el Posgrado en Matemáticas de la Universidad Nacional Sede Medellín en mayo de 2008.

B. PUBLICACIONES

ARTÍCULOS:

- Cossio J. and Herrón S., "*Existence of radial solutions for an asymptotically linear p -Laplacian problem.*" Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 345, 2008, pp. 583-592.
- Cossio J., Herrón S., and Vélez C., "*Existence of solutions for an asymptotically linear Dirichlet problem via Lazer-Solimini results*". Sometido a consideración de la Revista Nonlinear Analysis.
- Cossio J. and Aduén H., "*Índice de Morse de soluciones radiales de un problema de Dirichlet superlineal.*" En preparación.

C. DIVULGACIÓN DE LOS RESULTADOS EN EVENTOS CIENTÍFICOS

EVENTOS INTERNACIONALES:

- Colloquium Department of Mathematics, University of Hawaii, Honolulu, USA, abril 2008. Conferencia dictada: "*Multiple solutions for a nonlinear Dirichlet problem via Morse index.*"
- Seminario de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid, España, junio 2008. Conferencia dictada:

"Múltiples soluciones para un problema de Dirichlet no lineal via el índice de Morse."

EVENTOS NACIONALES:

- Aula Abierta, Instituto de Filosofía, Universidad de Antioquia, Medellín, septiembre 2007. Conferencia dictada: *"Pierre Simón de Laplace."*

D. PASANTÍAS:

El profesor Jorge Cossio realizó dos pasantías de investigación. La primera de ellas del 9 al 23 de abril de 2008 en el Harvey Mudd College de los Estados Unidos, en ella se interactuó con el profesor Alfonso Castro y se trabajó en los problemas planteados en la investigación. La segunda pasantía se realizó del 31 de mayo al 15 de junio de 2008 en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid en España; en ella se interactuó con el profesor Ildefonso Díaz del Seminario de Matemática Aplicada de dicha universidad.

4. AGRADECIMIENTOS.

Quiero agradecer a las directivas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Sede Medellín por haberme concedido la posibilidad de disfrutar este año sabático.

ANEXOS

A. ARTÍCULOS.

Se anexan copias de los siguientes artículos que respaldan los resultados obtenidos en desarrollo de la investigación:

- Cossio J. and Herrón S., "*Existence of radial solutions for an asymptotically linear p -Laplacian problem.*" Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 345, 2008, pp. 583-592.
- Cossio J., Herrón S., and Vélez C., "*Existence of solutions for an asymptotically linear Dirichlet problem via Lazer-Solimini results*". Sometido a consideración de la Revista Nonlinear Analysis.
- Cossio J. and Aduén H., "*Índice de Morse de soluciones radiales de un problema de Dirichlet superlineal.*" En preparación.

B. TESIS DE DOCTORADO Y MAESTRÍA

Se anexan copias de los títulos y resúmenes de una tesis de doctorado y dos tesis de maestría.

C. CONFERENCIAS DICTADAS

Se anexan copias de las conferencias dictadas:

- "*Multiple solutions for a nonlinear Dirichlet problem via Morse index.*" Conferencia dictada en el Colloquium Department of Mathematics, University of Hawaii, Honolulu, USA, abril 2008 y en el Seminario de Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid, España, junio 2008.
- "*Pierre Simón de Laplace.*" Conferencia dictada en el Aula Abierta, Instituto de Filosofía, Universidad de Antioquia, Medellín, septiembre 2007.